

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
- פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
- פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.
בהצלחה!

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ 66 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות: $A(0, 0)$, $B(19, 0)$ ו- $D(9, 0)$.

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C , שעבורן CD הוא חוצה זווית

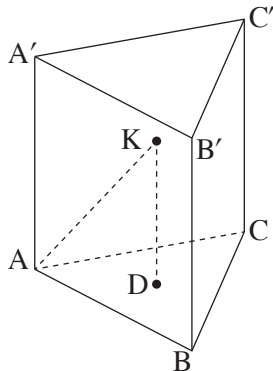
במשולש ABC .

ב. מהו השטח הגדול ביותר של משולש ABC שנבנה באופן המתואר בסעיף א?

ג. מצא את שיעורי שתי הנקודות C שעבורן הצלע BC במשולש ABC משיקה למקום הגאומטרי שאת

משוואתו מצאת בסעיף א.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.



2. $ABCA'B'C'$ היא מנסרה משולשת ישרה שכל מקצועותיה שווים זה לזה.

נסמן את אורך המקצוע ב- a .

$ABCK$ היא פירמידה ישרה. DK הוא גובה בפירמידה $ABCK$, כמתואר בציור.

נתון: $DK = t \cdot AA'$,

נפח המנסרה $ABCA'B'C'$ גדול פי 4.5 מנפח הפירמידה $ABCK$.

א. חשב את t .

ב. מצא את הזווית בין המישור ABK למישור ABC .

נתון: נפח הפירמידה $ABCK$ הוא $12\sqrt{3}$.

ג. מצא את a .

נתון: הקודקוד A נמצא בראשית הצירים, הקודקוד A' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z ,

והקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y .

שיעורי הקודקוד B הם חיוביים.

ד. (1) מצא את שיעורי הקודקוד B' .

(2) מצא את משוואת המישור $AB'K$.

תוכל להשאיר שורש בתשובותיך.

3. א. פתור את המשוואה $z^2 + (-5 + 2i)z + 7 + i = 0$.

נסמן ב־ w את פתרון המשוואה מסעיף א, המייצג את הנקודה שקרובה יותר לראשית הצירים.

a_n היא סדרה חשבונית. w הוא איבר בסדרה וגם 1 הוא איבר בסדרה.

ב. (1) הסבר מדוע כל איברי הסדרה הם מן הצורה: $a_n = 1 + b \cdot i$. b הוא מספר ממשי.

(2) הסבר מדוע כל הנקודות במישור גאוס המייצגות את איברי הסדרה a_n , חוץ מן הנקודה $(1, 0)$,

נמצאות מחוץ למעגל היחידה.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,**פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות** ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. הסבר מדוע עבור כל מספר ממשי a מתקיים: $\int_a^{a+1} f(x) dx < 1$. תוכל להיעזר בסרטוט.

ג. (1) $g(x)$ היא פונקציה המקיימת: $f(x) = g(x) + \frac{1}{2}$.

הוכח שהפונקציה $g(x)$ היא פונקציה אי־זוגית.

(2) הסבר מדוע לכל שני מספרים b ו- c המקיימים $0 < b < c$ מתקיים:

$$\int_{-c}^{-b} f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = c - b$$

בתשובתך תוכל להיעזר בסרטוט מתאים ובשיקולי סימטריה.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(\ln x)^n}{\sqrt{x}}$. n הוא מספר טבעי.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

סובבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = e^2$.

סביב ציר ה- x . נפח גוף הסיבוב שהתקבל שווה ל- $\frac{32\pi}{2n+1}$.

ב. מצא את n .

הצב בפונקציה $f(x)$ את n שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

(2) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה היא $y = 0$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f(x) + m$, $m \neq 0$, הוא פרמטר.

נתון כי קיימת נקודה שבה גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x .

(1) מצא את m .

(2) עבור אילו ערכים של k יש למשוואה $g(x) = k$ פתרון יחיד?

בהצלחה!