



5math

הנדסה אנליטית - חוברת תרגילים

משוואת הישר

תרגיל 1

למקבילית שני קודקודים סמוכים בנקודות $(2,4)$, $(-\frac{16}{3}, -\frac{2}{3})$,
אחת מצלעות המקבילית עוברת דרך הנקודה $(0, -3)$.
וידוע שאחת מצלעות המקבילית היא $y = 2x + 10$.
על סמך הנתונים המוצגים , מצא את משוואות שלושת הצלעות הנוספות של המקבילית.

תרגיל 2

מה היא משוואתו של הישר העובר דרך הנקודה $(3, 8)$, וחותר קטעים שווים משני הצירים ?
(הבדל בין שני מקרים כאלה)

תרגיל 3

נתון מלבן ABCD. שניים מקודקודיו הם $A(2,3)$, $B(-2,-1)$.
האלכסון BD הוא קטע מהישר שמשוואתו $6x + by + 10 = 0$.
מצא את שני הקודקודים הנוספים של המלבן.

קטע על ישר

תרגיל 1

מצא על ציר ה Y נקודה, שסכום מרחקיה מהנקודות $(8,9)$ ו $(0,1)$ הוא 20.
(הבחן בין שני מצבים אפשריים)

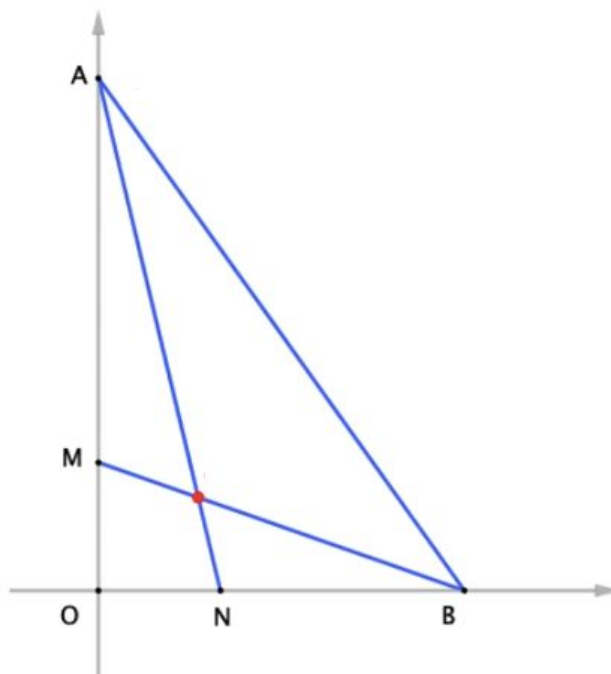
תרגיל 2

במשולש ABC נתון כי משוואת הצלע AB היא $y = 3x$, משוואת הצלע AC היא $y = -x + 4$.
משוואת הגובה לצלע BC הוא $y = \frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}$.
המרחק בין הנקודות B ו C נתון כ $\sqrt{20}$. מצא את קודקודי המשולש.

חלוקת קטע ביחס נתון

תרגיל 1

נתון המשולש AOB כאשר O נקודת ראשית הצירים
הנקודה A על ציר ה Y החיובי , הנקודה B על ציר ה X החיובי. (כמתואר באיור)
הנקודה M מחלקת את הקטע OA ביחס של $3:1$
הנקודה N מחלקת את הקטע OB ביחס של $2:1$
הנקודה C היא נקודת החיתוך של הקטעים BM ו AN
מצא באיזה יחס מחלקת הנקודה C את הקטע AN .



תרגיל 2

בטרפז ABCD שבו AB $\parallel$ CD הם הבסיסים.

נתון : $A(-5, -1)$, $B(6, -4)$, $C(4, -1)$

מצא את הקודקוד D אם נתון שהמשכי השוקיים של הטרפז נפגשים בנקודה $(0, 5)$

מרחק בין שני ישרים מקבילים

תרגיל 1

שתי צלעות סמוכות של ריבוע מונחות על הישרים $3x + 4y + 3 = 0$ ו- $4x - 3y + 5 = 0$.
שטחו של הריבוע שווה ל 36 יחידות שטח ונקודת ראשית הצירים נמצאת בתוך הריבוע.
מצא את משוואות הישרים עליהם נמצאות הצלעות הנוספות של הריבוע.

מרחק נקודה מישר

תרגיל 1

מצא את שני הישרים העוברים דרך הנקודה (1,2) ומרחקם מהנקודה (4,3) שווה ל 2.

תרגיל 2

מצא נקודה השייכת לישר $y = -\frac{1}{2}x$ שמרחקה מהישר $3x + 4y + 2 = 0$ הוא 2 יחידות מרחק.

תרגיל 3

במשולש ABC, הצלע AB יושבת על הישר $x - y + 4 = 0$
הצלע AC יושבת על הישר $x + 2y + 4 = 0$
אורך הגובה לצלע AC שווה ל $\sqrt{64.8}$ אורך הגובה לצלע BC הוא 6.
מצא את קודקודי המשולש אם ראשית הצירים היא נקודה הנמצאת בתוך המשולש.

סיכום לנושא הישר

תרגיל 1

נתון משולש שווה צלעות ABC. שניים מקודקודי המשולש הם: $B(-a,0)$, $C(a,0)$, $(a > 0)$.
הראה כי סכום המרחקים משלוש צלעות המשולש, של נקודה כלשהי במשולש
תלוי ב a בלבד.

תרגיל 2

נתון משולש ABC ששטחו $12\frac{1}{2}$.
קודקודי המשולש B ו- C מונחים על הישר $y = x + 1$.
שיעורי הקודקוד A הם $(12,3)$.
P היא נקודת החיתוך של התיכונים במשולש. שיעור ה- y של P הוא $5\frac{1}{2}$.
א. מצא את השיעורים של שני הקודקודים האחרים במשולש ABC.
ב. מעבירים ישר המקביל לצלע BC, וחותך את הצלעות האחרות (ולא את המשכיהן)
בנקודות D ו- E.
האורך של DE הוא $\sqrt{8}$.
מצא את משוואת הישר DE.

תרגיל 3

במשולש ישר-זווית ABC נתון: $\angle ACB = 90^\circ$, $C(4, -2)$,

משוואת היתר AB היא $2x + y - 3 = 0$,

שיעור ה- x של קדקוד A גדול משיעור ה- x של קדקוד B.

א. מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B, שעבורם

ניצבי המשולש ABC מקבילים לצירים.

ב. נתון כי ניצבי המשולש ABC אינם מקבילים לצירים, אך אורך היתר שלו זהה לאורך היתר

במשולש שבסעיף א.

מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B במקרה זה.

הגדרת נושא המעגל

תרגיל 1

מצא את מרכזו ורדיוסו של מעגל שמשוואתו : $x^2 + 16x + y^2 - 25y + 53 = 0$

תרגיל 2

מצא את משוואת המעגל שהנקודות $(8,2)$ ו $(-2,4)$ הן קצות הקוטר שלו.

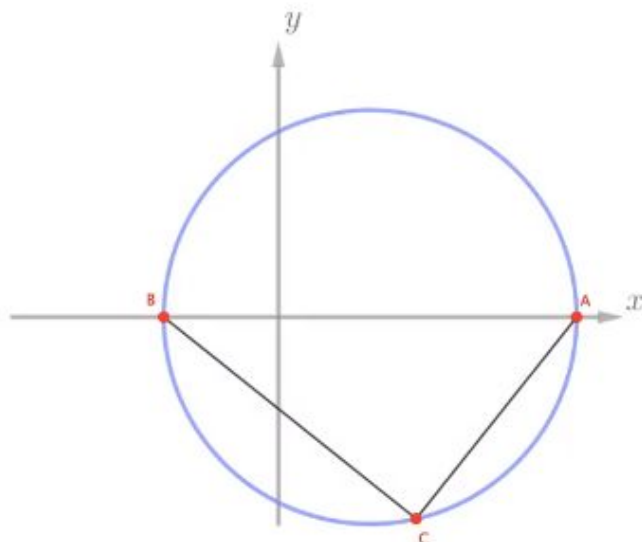
תרגיל 3

נתון המעגל $(x - 4)^2 + y^2 = 81$.

הנקודות A ו B הן נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה X

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $9\sqrt{77}$ כאשר הנקודה C היא נקודה על היקף המעגל ברביעי (כמתואר באיור)

מצא את הנקודה C.



תרגיל 4

נתון המעגל הקנוני $x^2 + y^2 = 25$.

- א. הגדילו ב-2 את שיעור ה-X של הנקודות שעל המעגל הנתון, מבלי לשנות את שיעור ה-Y שלהן. כתוב את משוואת המקום הגיאומטרי שהתקבל.
 - ב. הכפילו פי 3 את שיעור ה-X וה-Y של מעגל הנתון. כתוב את משוואת המקום הגיאומטרי שהתקבל.
 - ג. את העגל הנתון מזיזים 3 יחידות שמאלה, מה תהיה משוואת המעגל החדש?
 - ד. המעגל הנתון מוזז 4 יחידות למעלה, מה תהיה משוואת המעגל החדש?
-

תרגיל 5

- א. מצא את נקודות קצותיו של המיתר שהינו קטע מהישר $x + y - 1 = 0$, על המעגל $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 15 = 0$.
- ב. מבלי להיעזר בנקודות הנמצאות בקצות המיתר שמצאת בסעיף א', מצא את אורכו של המיתר.

משיק למעגל

תרגיל 1

מצא את משוואת המעגל המשיק לישר $2x + y - 8 = 0$ בנקודה $(5, -2)$

ומרכזו נמצא על הישר $y = \frac{1}{3}x$

תרגיל 2

מצא את משוואת המעגל העובר דרך הנקודה $(5, 4)$, משיק לציר ה y ומשיק לישר $y=6$.
(דייק עד שני מקומות מהנקודה העשרונית)

תרגיל 3

מצא את משוואת המעגל המשיק לישרים $2x - y - 2 = 0$, $x + 2y - 9 = 0$,
ומרכזו היא נקודה על הישר $x=5$.

תרגיל 4

מהנקודה $(17, -3)$ יוצא משיק למעגל $x^2 + y^2 - 12x + 2y + c = 0$ אורך המשיק שווה ל 10 .

א. מצא את הערך של הפרמטר C .

ב. מצא את נקודת ההשקה.

הגדרת הפרבולה

תרגיל 1

נתונה הפרבולה $y^2 = 20x$.

דרך קודקוד הפרבולה העבירו שני מיתרים בעלי אורך של $\sqrt{18}$.
מצא את הזווית שבין אותם שני מיתרים.

תרגיל 2

שניים מקודקודיו של משולש שווה צלעות נמצאים על קו הפרבולה $y^2 = 8x$,
הקודקוד השלישי של אותו משולש נמצא בנקודת המוקד של הפרבולה.
מצא את קודקודי המשולש.

תרגיל 3

נסתכל על הפרבולה $y^2 = 2px$ ועליה מיתר העובר דרך המוקד.
נתון ששיפוע המיתר הוא 2 ואורכו שווה ל 15.
בעזרת תנאים נתונים אלה, מצא את משוואת הפרבולה.

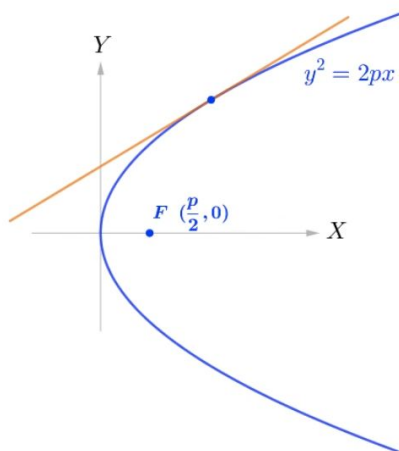
משיק לפרבולה

תרגיל 1

לפרבולה $y^2 = -16x$ מעבירים משיק ששיפועו -2 .
מצא את משוואת המשיק.

תרגיל 2

בנקודה A על הפרבולה $y^2 = 2px$ מעבירים משיק, כך שהמרחק של המשיק ממוקד הפרבולה שווה ל- P (פרמטר הפרבולה) – כמתואר באיור.

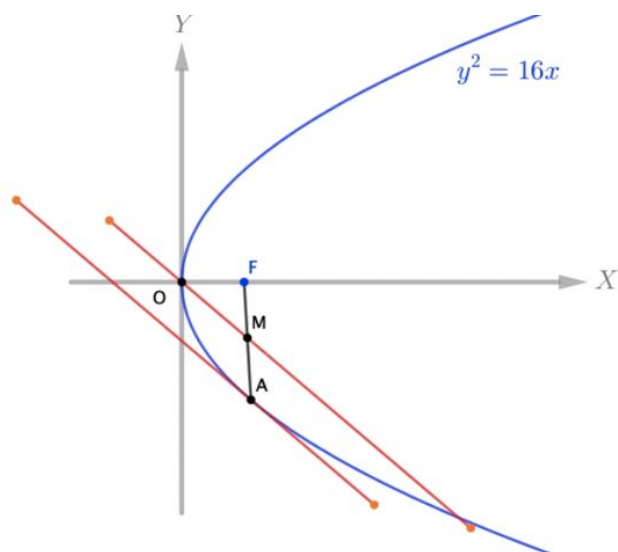


תרגיל 3

נתונה הפרבולה $y^2 = 16x$

מנקודה כלשהי A על הפרבולה, הנמצאת ברביע הרביעי, מעבירים משיק לפרבולה.

מקודקוד הפרבולה עובר ישר המקביל למשיק הנתון, ישר זה חותך את הקטע FA בנקודה M כך ש $x_M = 5$



תרגילים משולבים מבגרויות

תרגיל 1

בגרות 2006 מועד מיוחד:

הפרבולה $y^2 = (k-2)x$, $k-2 > 0$, משיקה למעגל $(x-3)^2 + y^2 = 2k-4$ בשתי נקודות.
א. מצא את הערך של הפרמטר k .
ב. עבור הערך של k שמצאת בסעיף א',
מצא את משוואת הישר ששיפועו חיובי והיא משיק משותף למעגל ולפרבולה.

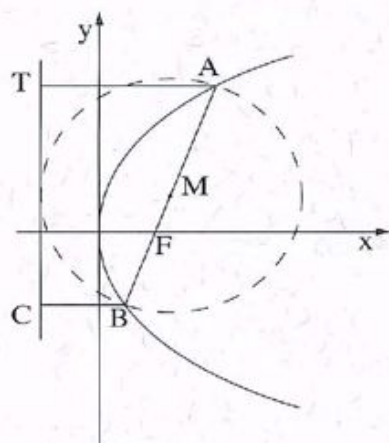
תרגיל 2

בגרות חורף 2009 :

נתונות שתי פרבולות: I. $y^2 = 2px$ II. $y^2 = px$ $p > 0$
ישר $y = mx$ ($m > 0$) חותך את הפרבולה I בנקודה A, ואת הפרבולה II בנקודה B.
(A ו B אינן בראשית הצירים).
א. הוכח כי המשיק לפרבולה I בנקודה A מקביל למשיק לפרבולה II בנקודה B.
ב. המשיק לפרבולה I בנקודה A חותך את המדריך של פרבולה I בנקודה C,
והמשיק לפרבולה II בנקודה B חותך את אותו מדריך בנקודה D.
מצא את m , אם נתון כי היחס בין שטח המשולש DCA לשטח המשולש DCB הוא 1.5.
(הערה: אין צורך להשתמש בעובדה שהמשיקים מקבילים).

תרגיל 3

בגרות חורף 2012 :



נתונה הפרבולה $y^2 = 2px$.

המיתר AB עובר דרך מוקד הפרבולה F.

הנקודות T ו- C נמצאות על מדריך

הפרבולה כך ש- AT ו- BC מקבילים

לציר ה- x (ראה ציור).

א. הוכח כי אורך המיתר AB שווה לסכום

אורכי הבסיסים של הטרפז ATCB.

היעזר בהגדרה של פרבולה.

ב. המיתר AB הוא קוטר במעגל שמרכזו M.

הוכח כי מרחק הנקודה M ממדריך הפרבולה שווה לרדיוס המעגל.

ג. נתון: $BC = 6$ ס"מ, $AT = 12$ ס"מ.

(1) מצא באיזה יחס מחלקת הנקודה F את המיתר AB.

(2) הבע באמצעות p את שיעור ה- x של הנקודה B.

(3) מצא את משוואת הפרבולה.

א. מהגדרת הפרבולה, מרחקה של כל נקודה שעל הפרבולה מהפוקוס שווה למרחקה מהמדריך לכן:

הגדרת אליפסה

תרגיל 1

אליפסה קנונית חותכת את ציר ה- X בנקודה $(0,6)$ ומרחקו של המוקד הימני מהישר $y = 2x$ הוא $\sqrt{20}$. מצא את משוואת האליפסה.

תרגיל 2

הנקודה $(-6,5)$ נמצאת על אליפסה, כך שזווית הראיה מאותה נקודה אל שני המוקדים של האליפסה היא זווית ישרה. מצא את משוואת האליפסה.

תרגיל 3

תרגיל מבחינת בגרות : קיץ '08 מועד ב'

נתון משולש שווה צלעות שאורך צלעו 16.

שניים מקודקודי המשולש מונחים על היקף האליפסה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

שני קצוות של אחד הגבהים במשולש הם המוקדים של האליפסה.

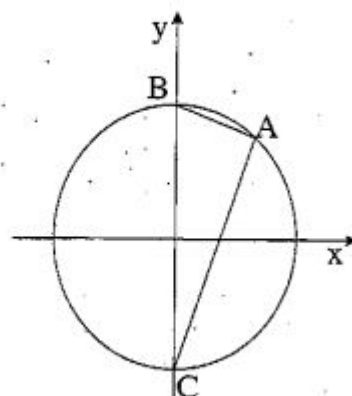
א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. האם קיים משולש ששניים מקודקודיו הם המוקדים של האליפסה שאת משוואתה

מצאת בסעיף א, והקודקוד השלישי שלו נמצא על היקף האליפסה, כך ששטח

המשולש הוא 70 ? נמק.

תרגיל 4



אליפסה, שמשוואתה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a < b$,

חותכת את ציר ה- y בנקודות B ו- C .

A היא נקודה על האליפסה ברביע הראשון (ראה ציור).

נתון: $AC = 37$, $BC = 40$, $BA = 13$.

מצא את משוואת האליפסה.

דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית

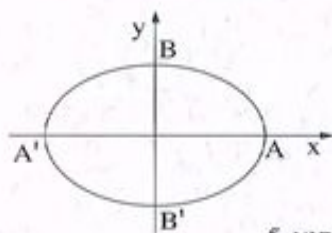
במידת הצורך.

אליפסה בעזרת מעגל

תרגיל 1

האליפסה $9x^2 + 16y^2 = 169$ מתקבלת על ידי הכפלת קואורדינטת ה- X של נקודות מהמעגל $x^2 + y^2 = R^2$ בערך K קבוע.
מצא את משוואת המעגל ואת ערכו של K .
תאר במילים את הטרנספורמציה שהתבצעה.

תרגיל 2



האליפסה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ חותכת את ציר ה־x

בנקודות A ו־A', ואת ציר ה־y היא

חותכת בנקודות B ו־B', כמתואר בציור.

א. נתון כי הישר $y = -\frac{5}{4}x$ מאונך לישר A'B,

והמרחק בין הנקודה B לאחד המוקדים של האליפסה הוא 5.

מצא את משוואת האליפסה.

ב. F_1 ו־ F_2 הם המוקדים של האליפסה. E היא נקודה על האליפסה.

מצא את ההיקף של המשולש EF_1F_2 .

ג. מקרבים את מוקדי האליפסה זה לזה לאורך ציר ה־x.

נוצרת אליפסה קנונית חדשה העוברת גם היא דרך הנקודות A ו־A',

ומוקדיה הם F'_1 ו־ F'_2 .

E' היא נקודה על האליפסה החדשה כך ש־E'E מקביל לציר ה־y.

הגובה לצלע $F'_1F'_2$ במשולש $E'F'_1F'_2$ גדול פי k ($k > 1$) מהגובה

לצלע F_1F_2 במשולש EF_1F_2 .

(1) הבע באמצעות k את משוואת האליפסה החדשה.

(2) עבור איזה ערך של k המוקדים F'_1 ו־ F'_2 יתלכדו לנקודה אחת

בראשית הצירים? נמק.

מקומות גאומטריים

תרגיל 1

הוכח: המקום הגיאומטרי של מרכזי כל המעגלים העוברים דרך שתי הנקודות

$$A(2b;2a) \text{ ו- } B(2a;2b) \text{ הוא הישר } y-x=0 \quad a \neq b$$

תרגיל 2

מצא את המקום הגיאומטרי של אמצעי המיתרים המחברים את ראשית הצירים עם

$$x^2 + y^2 = 8x + 6y \quad \text{נקודות המעגל}$$

תרגיל 3

מצא את המקום הגיאומטרי של מרכזי כל המעגלים, הנמצאים ברביע הראשון

$$\text{ומשיקים לציר ה-} y \text{ ולמעגל שמשוואתו: } x^2 + y^2 - 10x = 0.$$

תרגיל 4

מנקודה כלשהי K שעל האליפסה $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ נוריד אנך לציר ה- x , החותך את ציר ה- X בנקודה L .

דרך L מעבירים ישר l_1 המקביל ל- KO (O - הראשית).

דרך K מעבירים ישר l_2 המקביל לציר ה- x .

מצא את משוואת המקום הגיאומטרי של מפגש הישרים l_1 ו- l_2 .

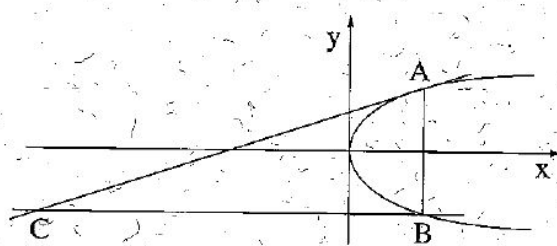
תרגיל 5

משיק על הפרבולה $y^2 = 4x$ בנקודה מסוימת, מקביל למיתר העובר דרך קודקוד הפרבולה. דרך נקודת השקה ומוקד הפרבולה עובר מיתר נוסף לפרבולה. מצא את המקום הגיאומטרי של מפגש שני המיתרים.

תרגיל 6

נתונות הנקודות O ו $A(2,0)$, $B(0,4)$ ראשית הצירים. מנקודה D הנמצאת על הקטע OA (D אינה מתלכדת עם קצות הקטע), מעלים אנך לציר ה x . אנך זה חותך את הישר AB בנקודה C . מצא את המקום הגיאומטרי של נקודות החיתוך של הישרים BD ו OC .

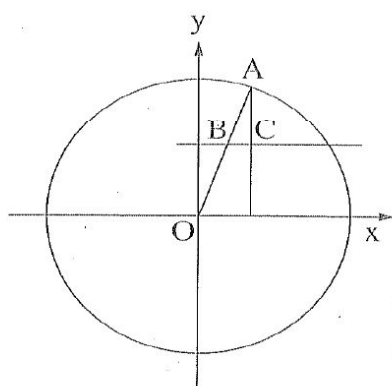
תרגיל 7



A ו B הן נקודות כלשהן על הפרבולה $y^2 = 2px$, $p > 0$, כך שהמיתר AB מקביל לציר ה y . ישר, המשיק לפרבולה בנקודה A , חותך בנקודה C את הישר שעובר דרך הנקודה B ומקביל לציר ה x (ראה ציור).

- א. (1) הבע באמצעות p את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות C הנוצרות באופן שתואר.
- (2) סרטט במערכת צירים סקיצה של המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת.
- ב. נתון כי שיעור ה y של נקודה C , הנמצאת על המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת, הוא $y = -2p$.
- חשב במקרה זה את הזווית שבין המשיק לפרבולה, CA , ובין ציר ה x .

תרגיל 8



נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 = 49$.

מנקודה A שעל המעגל מורידים אנך לציר ה- x.

B היא נקודה על רדיוס המעגל OA

כך ש- $\frac{AB}{BO} = \frac{3}{4}$ (ראשית הצירים).

דרך B מעבירים ישר המקביל לציר ה- x.

הישר המקביל והאנך נפגשים בנקודה C (ראה ציור).

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות C

הנוצרות באופן שתואר.

ב. המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א חותך את ציר ה- y בנקודות D ו- E.

דרך נקודה P שעל המקום הגאומטרי (השונה מהנקודות D ו- E) העבירו את

הישרים PD ו- PE, החותכים את ציר ה- x בנקודות F ו- G בהתאמה.

הוכח כי המכפלה $OF \cdot OG$ היא גודל קבוע ואינה תלויה בבחירת הנקודה P

(ראשית הצירים).